

TADEUSZ KOWAL I EUGENIUSZ KUŹNIEWSKI

METODA DENDRYTOWA I SPOSÓB JEJ STOSOWANIA

W ostatnich dziesiątkach lat coraz częściej przejawia się w naukach biologicznych skłonność do stosowania metod matematycznych w celu rozwiązania najrozmaitszych zagadnień. Dążność ta ma na celu przede wszystkim wyszukanie obiektywnych kryteriów, jak również znalezienie sposobu łatwiejszego zorientowania się w skomplikowanym, różnorodnym i podlegającym zmianom świecie istot żywych.

W antropologii stosowano z powodzeniem metodę Czekanowskiego (1, 2), którą następnie użyto do fitosocjologii, geobotaniki itd. (4). Do nauki o zmienności duży wkład wniosła metoda prof. Szaferowej (6, 7, 8), rozwijana w dalszym ciągu pod jej kierunkiem. W roku 1954 ukazała się *Taksonomia Wroclawska* albo metoda dendrytowa opracowana przez Dział Zastosowań Instytutu Matematyki we Wrocławiu (3). Metoda ta wywodząca się z metody Czekanowskiego stwarza szerokie możliwości jej stosowania w naukach przyrodniczych, w szczególności zaś w systematyce.

Metoda dendrytowa (*Taksonomia Wroclawska*) w swej klasycznej postaci została zastosowana przez Kuźniewskiego w pracy *Rodzaj Sagittaria w świetle Taksonomii Wroclawskiej* (5). Okazało się jednak, że stosowanie jej do nauk przyrodniczych wymaga opracowania całego szeregu szczegółów i pewnych uzupełnień ważnych z przyrodniczego punktu widzenia. Uzupełnienia te wprowadzili autorzy w pracy pt. *Uogólnienie metody dendrytowej i zastosowanie jej do systematyki roślin na przykładzie rodzajów Chenopodium L. i Atriplex L.*

W artykule niniejszym ograniczymy się tylko do szczegółowego podania sposobu posługiwania się metodą dendrytową w systematyce lub innych naukach biologicznych. Jak się bowiem okazało, zainteresowanie tą metodą wzrasta, natomiast sposób posługiwania się nią nastęrcza pewne trudności.

*

Metoda dendrytowa daje najlepsze z możliwych uporządkowanie zbioru indywiduów na podstawie cech każdego indywiduum wchodzącego w skład tego zbioru. To najlepsze uporządkowanie wyraża się najmniejszą odległością (najkrótszym odcinkiem) między danymi indywiduami w dendrycie, czyli największym napięciem między nimi, co wskazuje na najmniejsze różnice między nimi, czyli że indywidua te są najbardziej do siebie podobne.

Indywiduum wchodzącym w skład danego zbioru może być osobnik

(tj. roślina zwierzę, lub jakiś przedmiot), jednostki systematyczne: gatunek, rodzaj, rodzina itd., jednostki fitosocjologiczne (zespół roślinny) itd.

Każde takie indywiduum cechuje się zespołem cech, na których podstawie układamy tablicę cech. Ułożenie tablicy cech jest najważniejszą częścią pracy w metodzie dendrytowej. Należy tu przestrzegać następujących zasad:

1. Każdej cesze *a* przeciwstawiamy cechę *nie a* (należy tu zwrócić szczególną uwagę, aby cesze *a* nie przeciwstawić cechy *b* pozornie wydającej się cechą *nie a!*).

2. Każdą cechę przedstawiamy w tablicy cech za pomocą wartości 0—1. Jeżeli mianowicie cesze *a* przypiszemy wartość 1, to cesze *nie a* wartość 0 (albo odwrotnie — gdyż napięcie między 0 a 1 = 1, i między 1 a 0 = 1).

3. W wypadku cech metrycznych lub ilościowych, np. wielkość rośliny lub organu, liczba pręcików — cechę tę występującą u wszystkich indywiduów w jakichś granicach umieszczamy w przedziale od 0—1 (np. wielkość indywiduów w badanym zbiorze waha się w granicach od 5 cm do 200 cm. Ustalamy wówczas przedziały odpowiadające realnym stosunkom występującym wśród indywiduów, tak że np. wielkość roślin do 5 cm = 0, do 50 cm = 0,25, do 100 cm = 0,5, do 150 cm = 0,75, do 200 cm = 1; albo jeżeli stosunki te wymagają dokładniejszego podziału to np. do 5 cm = 0, do 20 cm = 0,1, do 40 cm = 0,2, do 60 cm = 0,3, do 80 cm = 0,4, do 100 cm = 0,5, do 120 cm = 0,6, do 140 cm = 0,7, do 160 cm = 0,8, do 180 cm = 0,9, i do 200 cm = 1 itd.).

4. W wypadku, gdy u danego indywiduum występuje równocześnie cecha *a* obok cechy *nie a*, np. owłosienie i brak owłosienia (u pewnych roślin w obrębie odmiany czy gatunku), to w takim wypadku wpisujemy obie wartości $\frac{0}{1}$ i odpowiednią wartość obliczoną na podstawie procentowego występowania danej cechy *a* u tych indywiduów (a więc jeżeli np. 50% ma cechę *a*, to wpisujemy 0,5, 75% to 0,75, 25% to 0,25 itd.).

5. W wypadku braku pewnych cech szczegółowych, ze względu na brak cechy ogólnej, u pewnej ilości indywiduów z badanego zbioru w miejsce wartości 0—1 dajemy poziomą kreskę (np. tablica cech: cechy nr 12, 13, 14, 15, 16, 17, u indywiduum A_4).

Dla pokazania, jak sporządzić taką tablicę cech, weźmiemy jakiś fikcyjny zbiór indywiduów charakteryzujących się również fikcyjnymi cechami (nie-licznymi dla lepszej przejrzystości). Niech to będą indywidua A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 i A_6 charakteryzujące się cechami wyszczególnionymi w tablicy cech.

W tablicy cech mamy np. cechę 2: kwiaty obupłciowe przeciwstawione cesze kwiaty nieobupłciowe; i cechę 3: kwiaty rozdzielнопłciowe przeciwstawione kwiatom nierozdzielнопłciowym. Zachodzi pytanie, czy cechy 2. kwiaty obupłciowe nie należy przeciwstawić cesze 3. kwiaty rozdzielнопłciowe. Otóż nie można tak przeciwstawiać z tego powodu, że cechą *nie a* w cesze 2.

jest cecha »kwiaty nieobupłciowe«, a nie »kwiaty rozdzielнопłciowe« (cecha 3 czyli *b*) z tego względu, że np. obok kwiatów obupłciowych mogą występować kwiaty męskie albo żeńskie, albo i jedno i drugie itd.

Cecha 4: okwiat zróżnicowany na kielich i koronę przeciwstawiamy okwiatowi niezróżnicowanemu na kielich i koronę. W związku z tym cechy 5 i 6 (barwy płatków korony) u indywidualów A_3 , A_4 , A_5 i A_6 które mają okwiat niezróżnicowany na kielich i koronę nie mogą posiadać cech 5 i 6, w związku z czym dajemy w tym miejscu kreski poziome. Tak samo postępujemy w innych podobnych przypadkach (co uwidocznione jest na tablicy cech).

Gdy już ułożyliśmy tablicę cech dla zespołu badanych indywidualów przystępujemy do obliczania sum różnic pomiędzy wszystkimi indywidualami i układamy »tablicę Czekanowskiego«.

Należy tu przestrzegać następujących zasad:

1. Napięcie obliczamy od liczby niższej do wyższej tj. od 0 do 1; a więc między 0 a 1 = 1, 0 a 0,25 = 0,25, 0 a 0,5 = 0,5, 0 a 0,75 = 0,75, 0,25 a 1 = 0,75, 0,75 a 1 = 0,25 itd. Między tymi samymi wartościami różnica = 0 np. 1 a 1 = 0, 0,25 a 0,25 = 0 itd.

2. W wypadku występowania wartości 0_1 wartość tą uważamy za taką, w jakim procencie występuje dana cecha »a« np. cecha 12 rośliny owłosione u indywidualum A_5 w 25% to wartość $0_1 = 0,25$ i piszemy $0_1 0,25$.

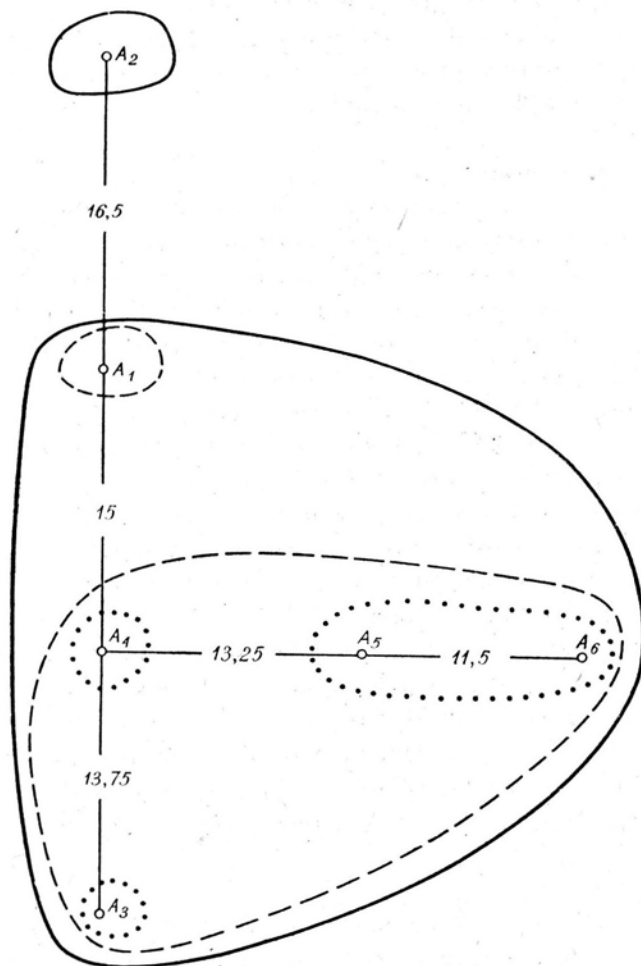
3. Poziomej kresce przy porównywaniu jej z jakąkolwiek wartością (0, 0,25, 0,5, 1) dajemy zawsze maksymalne napięcie = 1. W wypadku, gdy obliczamy sumę różnic między indywidualami posiadającymi w danych kolumnach wartości $0_1 =$ np. 0,25 z indywidualum które w miejscu cech szczegółowych posiada kreski (ma cechę główną *nie a*), to napięcie między nimi obliczamy w takiej wysokości, w jakiej przyjęliśmy występowanie cechy *a*: np. A_4 i A_5 w kolumnie 12, 13, 14, 15. Cecha 12 występuje u indywidualum A_5 w 25% okazów, a zatem w kolumnie 12 napięcie między A_4 i A_5 czyli 0 a 0,25 = 0,25. W miejscach kresek zamiast maksymalnego napięcia = 1 liczymy napięcie 0,25, a więc między indywidualami A_4 i A_5 w cechach 12, 13, 14, 15 napięcie będzie wynosić 0,25 + 0,25 + 0,25 + 0,25 = 1. Natomiast

Tablica Czekanowskiego

| | A_1 | A_2 | A_3 | A_4 | A_5 | A_6 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| A_1 | — | 16,5 | 19,75 | 15 | 21,5 | 22,5 |
| A_2 | 16,5 | — | 24,75 | 24,5 | 24,5 | 25 |
| A_3 | 19,75 | 24,75 | — | 13,75 | 18,75 | 18,25 |
| A_4 | 15 | 24,5 | 13,75 | — | 13,25 | 18,5 |
| A_5 | 21,5 | 24,5 | 18,75 | 13,25 | — | 11,5 |
| A_6 | 22,5 | 25 | 18,25 | 18,5 | 11,5 | — |

między osobnikami A_5 i A_6 w tych samych cechach będzie: w cesze 12 napięcie między 0,25 a $1 = 0,75$, w cechach 13, 14, 15 w sumie 1 razem $= 1,75$.

Różnice między indywiduami A_3 i A_4 w kolumnie 5 i 6 (kreski poziome) $= 0$.



Rys. 1. Dendryt wykreślony na podstawie tablicy Czekanowskiego

Obliczone sumy różnic wpisujemy w odpowiednie kratki »tablicy Czekanowskiego«. Liczby te są sumą różnic (a nie różnicą sum) pomiędzy indywiduami badanego zbioru i wyrażają napięcie pomiędzy nimi.

Z »tablicy Czekanowskiego« układamy najkrótszy dendryt, który wyraża najlepsze ułożenie indywiduów badanego zbioru w przestrzeni. Postępuje się w sposób następujący: z »tablicy Czekanowskiego« wybieramy kolejno najniższe wartości (czyli największe napięcia) i indywidua charaktery-

zujące się nimi łączymy ze sobą. Tak postępujemy dotąd, dopóki wszystkie indywidua nie zostaną ze sobą połączone. W wypadku gdy dwa indywidua posiadają pewne (kolejne) niskie napięcie ale są już połączone poprzez inne indywidua w dendrycie jeszcze niższymi wartościami, wówczas nie łączymy ich ze sobą bezpośrednio, lecz zostawiamy połączenie pośrednie. Te niewykorzystane do budowy dendrytu wartości wskazują na odpowiednie ustawienie ramion dendrytu w przestrzeni — a co zatym idzie, inne dalsze związki (pokrewieństwa) między indywiduami.

*

Interpretacja dendrytu.

Dendryt daje obraz wzajemnych stosunków podobieństwa (a zatym i pokrewieństwa) w obrębie danego zbioru indywiduów. Oddzielając kolejne największe odległości pomiędzy indywiduami w dendrycie (najmniejsze napięcia), otrzymujemy pewne zgrupowania I, II, III itd. rzędów. Odległości pomiędzy indywiduami, czy poszczególnymi zgrupowaniami indywiduów wskazują o ile te zgrupowania czy indywidua różnią się od siebie, czy też są równowartościowe. Ma to niewątpliwie wielkie znaczenie między innymi w systematyce roślin, w której jednym z naczelných zagadnień jest ustalenie wartości poszczególnych jednostek systematycznych.

Podział dendrytu dokonujemy poprzez kolejne oddzielanie najdłuższych odcinków. Odcinki o bardzo bliskiej wartości możemy traktować za równowartościowe biorąc pod uwagę, że wartości bardzo bliskie wskazują na minimalne różnice między indywiduami.

Nasz dendryt np. przy pierwszym podziale dzielimy na 2 grupy: I. obejmuje indywiduum A_2 , II. pozostałe indywidua. Przy drugim podziale z grupy drugiej wyodrębnia się indywiduum A_1 , a reszta tworzy wspólną jednostkę niższej rangi. Przy trzecim kolejnym podziale ta grupa rozpada się na $3 \pm$ równowartościowe jednostki: są to A_3 , A_4 i A_5 A_6 razem.

Interpretacja dendrytu jest uzależniona od celu, w jakim badaliśmy dany zespół indywiduów.

*

Z charakteru klasycznej metody dendrytowej wynika, że może ona być stosowana do jednorodnego zbioru indywiduów. Nasze uogólnienia tej metody otwierają możliwości stosowania jej we wszystkich możliwych wypadkach. W metodzie dendrytowej cechy przedstawiamy za pomocą liczb i obliczając sumy różnic badamy nie cechy jako takie, ale związki zachodzące między cechami.

Przy podziałach dendrytu w wypadku badań systematycznych nie możemy usuwać kolejnych najdłuższych odcinków między indywiduami, a jedynie indywidua te obwodzimy liniami, gdyż odcinki te wskazują na wzajemne pokrewieństwa.

LITERATURA

- Czekanowski J., 1909, Zur Differentialdiagnose der Neandertalgruppe. Korrespondenzblatt der Deutschen Gesellschaft für Anthropologie. XL, ss. 44—47.
- Czekanowski J. 1913, Zarys metod statystycznych. Warszawa.
- Florek K., Łukaszewicz J., Perkal J., Steinhaus H., i Zubrzycki S., 1952, Taksonomia Wroclawska, Przegląd Antropologiczny vol. XVII, Poznań.
- Kulczyński St., 1928, Zespoły roślin w Pieninach, Bulletin International de L'académie Polonaise des Sciences et des Lettres. Cracovie.
- Kuźniewski E., 1956, Rodzaj *Sagittaria* w świetle «Taksonomii Wroclawskiej», Acta Societ. Bot. Pol. vol. XXV-2.
- Szaferowa-Jentys J., 1949—51, Analysis of the collective species *Betula alba* L. on the basis of leaf measurements. Part I—III. Bull. Acad. Pol. Scien. Lettr., Cracovie.
- Szaferowa-Jentys J. 1951, Graficzna metoda porównywania kształtów roślin. Kosmos, t. LXVI, Wrocław.
- Szaferowa-Jentys J., 1952, Sposób przedstawiania pokroju brzoź z rozmaitych szerokości geograficznych. Acta Societ. Bot. Pol. vol. XXI nr. 4.